

მერაბ ხმაღამე

საქართველო. ივ.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის
სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ასოცირებული პროფესორი,
ეკონომიკის მეცნიერებათა დოქტორი

კორელაციურ-რეგრესიული ანალიზის სტატისტიკური მეთოდების განვითარება

კორელაციური კავშირის სიმჭიდროვის გაზომვა და რეგრესიის განსაზღვრა სტატისტიკის მნიშვნელოვან საკითხს წარმოადგენს. საერთოდ კი მოვლენებს შორის არსებული კავშირების შესწავლა მეცნიერების უმთავრესი ამოცანაა.

თავდაპირველად, მოვლენებს შორის კავშირი შეისწავლებოდა სტატისტიკური ცხრილების დახმარებით. კვლევის ცხრილურ მეთოდთან ერთად თანდათანობით ვითარდებოდა ამ კავშირის შესწავლის მათემატიკურ-სტატისტიკური მიმართულება, რომელმაც მიგვიყვანა კორელაციის თეორიის შექმნამდე.¹

მათემატიკურ-სტატისტიკური მეთოდების გამოყენებას სხვა მეცნიერებების მიერ განაპირობებს ამ მეცნიერებების მოთხოვნები. ასეთ მეცნიერებას თანდაპირველად წარმოადგენდა ბიოლოგია.

კორელაციის მეთოდის აღმოჩენა ეკუთვნის ინგლისელ ბიოლოგს **ფრენსის გალტონს** (ჩარლზ დარვინის ბიძაშვილი – 1822-1911), XIX საუკუნის ბოლოს (1883 წ.). თავის შრომებში ის იკვლევდა შთამომავლობითობას, ბიოლოგიური მეცნიერების მნიშვნელოვან პრობლემას.

ამ თეორიის განვითარებაში ასევე დიდი როლი მიუძღვის ინგლისელ სტატისტიკოს-მათემატიკოსს **კ.პირსონს**. ამ უკანასკნელს ეკუთვნის არა მარტო მოვლენებს შორის კორელაციური კავშირების იდეის წინ წამოწევა, არამედ ამ კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის განმსაზღვრელი მაჩვენებლების გაანგარიშების განვითარება.

მაგრამ, ფ.გალტონის, როგორც მეცნიერის, უდიდესი დამსახურება ისაა, რომ ის პირველი შეუდგა კორელაციური კავშირების აზრის ახსნას და შეეცადა მათი გაზომვის ხერხების შემოთავაზებას.²

კორელაციის შესწავლის გზაზე გალტონმა პირველი ნაბიჯები გადადგა 1877 წელს წაკითხულ ლექციაში "ადამიანის შთამომავლობითობის ტიპური კანონები." ამ ლექციაში მან პირველად განიხილა კორელაციური დამოკიდებულების მაჩვენებელი, რომელსაც

¹ Н.Л. Дружинин. Развитие основных идей статистической науки. М., 1979, с. 172-173.

² ნ.კ. დრუჟინინი. იქვე, გვ. 175.

უწოდა "რევერსია," ხოლო შემდგომში სახელი შეუცვალა და უწოდა "რეგრესია." აღნიშნული ლექცია არ გამოქვეყნებულა. მხოლოდ 1888 წელს გამოქვეყნებულ ნაშრომში – "კოორელაცია და მისი გაზომვა ანტროპოლოგიურ მონაცემებზე დაყრდნობით," მან დეტალურად გადმოსცა აღნიშნული თემის წინაპირობები, ეცადა კორელაციის აზრის ახსნას და კონკრეტულ მაგალითზე აჩვენა კავშირის სიმჭიდროვის გაზომვის ხერხები. ამავე ნაშრომში გალტონმა პირველად შემოიტანა ტერმინი "კორელაცია," თუმცა მას უწოდებდა კოორელაციას.

ორი ცვალებადი ორგანო (იგულისხმება ადამიანის ორგანოები) წერდა გალტონი, იმყოფება კორელაციაში, თუ ერთის ცვლილება იწვევს მეორის მეტ-ნაკლებად ცვლილებას საშუალოდ იმავე მიმართულებით. ის თვლიდა, რომ ადამიანის სხეულის ორი ორგანოს ასეთ ერთდროულ ცვლილებას იწვევდა მათზე მოქმედი საერთო მიზეზები. უფრო მეტი, გალტონი აღნიშნავდა, რომ შვილების შთამომავლობითობის მახასიათებელი საშუალოდ უახლოვდება მშობლების იმავე მახასიათებლის საშუალო მნიშვნელობას. მაგრამ თუ ეს მახასიათებლები გადაიხრება როგორც მშობლების, ისე შვილების მხრიდან, უნდა ვივარაუდოთ, რომ ეს გადახრები გამოწვეულია ერთი და იგივე მიზეზებით. აღნიშნულ მოვლენას ის უწოდებდა "რეგრესიის კანონს."

ის ფაქტი, აღნიშნავდა გალტონი, რომ თანაფარდობა ადამიანის სიმაღლესა და იდაყვის ძვლის სიგრძეს შორის არის 100/37-თან, არ ნიშნავს, რომ თუ იდაყვის ძვლის სიგრძე საშუალოდ გაიზრდება 1/12-ით, მაშინ ადამიანის სიმაღლეც საშუალოდ გაიზრდება 1/12-ით.

ფ. გალტონმა გაზომა კორელაციური კავშირის სიმჭიდროვე მარცხენა იდაყვის ძვლის სიგრძესა და სიმაღლეს შორის 348 მამაკაცის მაგალითზე. მიღებული შედეგები მოათავსა ცხრილში. შედეგად აღმოჩნდა, რომ ადამიანის სიმაღლეს და იდაყვის ძვლის სიგრძეს შორის არსებობს კავშირი. კორელაციური კავშირის სიმჭიდროვის მაჩვენებელმა (კოეფიციენტი) შეადგინა 0,8, რაც მაღალი მაჩვენებელია. მეორენაირად ეს კოეფიციენტი ნიშნავს, რომ ადამიანის ზრდა საშუალოდ ერთი დიუმით, იწვევს იდაყვის ძვლის ზრდას 0,25 დიუმით.

ამის შემდეგ გალტონმა ცვლადებს შეუცვალა ადგილები და დაადგინა კორელაციის კოეფიციენტი იდაყვის ძვლის სიგრძესა და ადამიანის სიმაღლეს შორის. კოეფიციენტი აღმოჩნდა იმდენივე, რამდენიც პირველ შემთხვევაში – 0,8. რეგრესია აბსოლუტურ მაჩვენებლებში ტოლია 2,5-ის, რაც ნიშნავს, რომ ძვლის ზრდა საშუალოდ ერთი დიუმით იწვევს სიმაღლის ზრდას საშუალოდ 2,5 დიუმით. გალტონთან კორელაციის კოეფიციენტი

იმავედროულად წარმოადგენს რეგრესიის კოეფიციენტს. თანამედროვე თეორია ასეთ გაიგივებას არ აკეთებს, თუმცა ისინი დაკავშირებულნი არიან ერთმანეთთან.

აქ უკვე მივედით მოვლენებს შორის ურთიერთკავშირის ფილოსოფიურ და კორელაციურ ბუნებასთან. საქმე ისაა, რომ მიზეზობრივ-შედეგობრივი კავშირების ფილოსოფიურ-კორელაციური ბუნება გაცილებით რთულია, ვიდრე ის ერთი შეხედვით შეიძლება მოგვჩვენოს. გარკვეული პირობების შეცვლისას მიზეზმა და შედეგმა შეიძლება შეიცვალოს ადგილები. შეიძლება არსებობდნენ მიზეზები, ჩვენთვის უცნობი, რომლებიც შეიძლება მოქმედებდნენ როგორც მიზეზზე, ისე შედეგზე, ან მხოლოდ ერთ რომელიმეზე.

ზემოთქმულთან დაკავშირებით ცნობილ ამერიკელ სტატისტიკოსებს, **დ. იულს** (1871–1951) და **მ. კენდელს** თავის სახელმძღვანელოში, "სტატისტიკის თეორია," მოაქვთ შემდეგი გაანგარიშებები: განტოლება a გვეუბნება, რომ შვრიის ფასების ინდექსის ზრდას ერთი პუნქტით (1%-ით), თან ახლავს კვების პროდუქტების ფასების ზრდა საშუალოდ 0,527 პუნქტით (0,527%-ით). ანალოგიურად განტოლება b გვეუბნება, რომ კვების პროდუქტების ფასების ინდექსის ზრდას ერთი პუნქტით, თან ახლავს შვრიის ფასების ინდექსის ზრდა საშუალოდ 0,885 პუნქტით.

უაღრესად მნიშვნელოვანია აღინიშნოს, წერენ იული და კენდელი, რომ რეგრესიის განტოლებები არ გვეუბნებიან, განპირობებულია მიზეზობრივად თუ არა ერთი რაოდენობრივი ნიშნის ვარიაცია მეორე რაოდენობრივი ნიშნის ვარიაციით. ყველაფერი, რაც ჩვენთვის ცნობილია, ეს ისაა, რომ ორივენი ვარიირებენ ერთდროულად და რამდენადაც გვიჩვენებენ რეგრესიის განტოლებები, ან კვების პროდუქტების ფასები ახდენენ გავლენას შვრიის ფასებზე, ან პირიქით, ან მათი საერთო ვარიაცია შეიძლება იყოს რაიმე მიზეზის შედეგი, რომელიც მოქმედებს ორივე ნიშანზე. ეს მხოლოდ ერთი მაგალითია იმ სიმძნელებისა, რომლითაც გაჯერებულია კორელაციისა და რეგრესიის თეორია – კერძოდ, სირთულეები შედეგების ახსნა-განმარტებისას მიზეზობრივი ფაქტორების თვალსაზრისით.³ ამიტომ, გვაფრთხილებენ იული და კენდელი, **სტატისტიკოსი მიღებული კორელაციის კოეფიციენტების ახსნა-განმარტებისას უნდა იყოს უაღრესად ფრთხილი.**⁴

³ Дю Юл, М. Кендел. Теория статистики. М., 1960, с. 266-267. ესაა ამ სახელმძღვანელოს მეთოთხმეტე გამოცემა. პირველი გამოცემა მოხდა 1911 წელს. მიეკუთვნება მათემატიკურ სტატისტიკას.

⁴ დ. იული, მ. კენდელი, დასახ. ნაშრომი, გვ. 273. იული და კენდელი თავის ნაშრომებში ასევე განიხილავენ კორელაციას მამების და შვილების სიმაღლეებს შორის, ძროხის ასაკსა და წველადობას შორის და ა.შ. (იხ.: გვ. 238-243).

როგორც სტატისტიკის ისტორიკოსები აღნიშნავენ, გალტონი იყო ემპირიკოსი, არ იცოდა, რომ კორელაციის შესწავლისას გნოსეოლოგიური საფუძველია ალბათური ხასიათის მატარებელი მოვლენები. მას ასევე არ აინტერესებდა პრობლემის მათემატიკურ-სტატისტიკური დასაბუთება, რომელიც გააკეთეს მას შემდეგ სხვა მმცნიერში. მწვრწმ ის იყო პირველი, ვინც წინა პლანზე წამოსწია აღნიშნული პრობლემა და ამით უდავოა მისი დამსახურება სტატისტიკის და მათემატიკური სტატისტიკის წინაშე.

კორელაციის პრობლემის დამუშავებაში თავისი წვლილი შეიტანა გერმანელმა ფსიქოლოგმა **გუსტავ თეოდორ ფეხნერმა** (1801–1887). ორ ცვლადს შორის კავშირის სიმჭიდროვის გასაზომად მან შემოგვთავაზა ფორმულა, რომელიც ცნობილია ფეხნერის კორელაციის კოეფიციენტის სახელწოდებით.

კორელაციის თეორიის შემდგომი განვითარება მოხდა სხვა საფუძველზე. ამ საფუძველს წარმოადგენდა **ნორმალური კორელაციის კონცეფცია**, რომელიც ეყრდნობოდა ნორმალური განაწილების კანონს. არანორმალური განაწილების შემთხვევაში არსებობს **არანორმალური კორელაცია**. კ. პირსონის ცდებიდან გამომდინარე, ნორმალურ და არანორმალურ კორელაციის კოეფიციენტებს შორის ზოგადად არსებობს თანხვედრა.

უნდა აღინიშნოს, რომ ნორმალური განაწილება საზოგადოებრივ მოვლენებში არც ისე ხშირად გვხვდება. ნორმალურ განაწილებას აქვს დიდი ისტორიული მნიშვნელობა. პირველი ნაშრომები კორელაციაში, თითქმის გამონაკლისის გარეშე, ეყრდნობოდნენ ასეთ განაწილებებს. მაგრამ როდესაც აღმოჩნდა, რომ კორელაციის კოეფიციენტის თვისებები შეიძლება გამოყენებულ იქნეს ნებისმიერი ფორმის განაწილებისათვის, ნორმალურმა განაწილებამ დაკარგა არსებითი მნიშვნელობა.⁵

კორელაციის ისტორიას სათავე დაუდო წყვილადი კორელაციის გაზომვამ, რის შემდეგაც დღის წესრიგში დადგა მრავლობითი კორელაციის საკითხი. პირველობას ამ დარგში აკუთვნებენ **ფ. ჯევორტსს** (1845–1926).

ჯევორტსმა გალტონის მონაცემებზე დაყრდნობით 1892 წელს დაადგინა, რომ მრავლობითი კორელაციის კოეფიციენტი მარცხენა იდაყვის ძვლის სიგრძესა და ორ ცვლადს შორის, როგორცაა ადამიანის სიმაღლე და ფეხის წვივის სიგრძე, შეადგენს 0,415. რა თქმა უნდა, ჯევორტსის მეთოდი არ იყო სრულყოფილი, ამიტომ მრავლობითი კორელაციის პრობლემას **კარლ პირსონმა** უწოდა "ჯევორტსის პრობლემა." მრავლობითი კორელაციის საკითხებზე მუშაობდნენ დ. იული და კ. პირსონი. კორელაციის

⁵ დ. იული, მ კენდელი, დასახ. ნაშრომი, გვ. 279.

მათემატიკური თეორიის განვითარებაში მნიშვნელოვანი წვლილი შეიტანა რუსმა მათემატიკოსმა ა. ჩუპროვმა.

აქ უნდა აღვნიშნოთ შემდეგი გარემოება. ტრადიციული სტატისტიკური მეცნიერება ეყრდნობოდა ფილოსოფიურ საწყისებს, ლოგიკურ-ფილოსოფიურ თეორიულ ანალიზს და მას შემდეგ რიცხვით მეთოდს. მათემატიკის გამოყენებამ რიგ მეცნიერებებში და მათ შორის სტატისტიკაში, წარმოშვა მათემატიკური მიმართულება. შესაბამისად, შეუძლებელია ამ ორ მიმართულებას შორის არ აღმოცენებულიყო დაპირისპირება, რაც ყველაზე მკვეთრად გამოჩნდა კორელაციურ-რეგრესიული ანალიზის მნიშვნელობის შეფასებისას.

აღნიშნულ პრობლემასთან დაკავშირებით რუს სტატისტიკოს ა ჩუპროვს გაკეთებული აქვს მეტად საინტერესო ანალიზი. ის წერს:

– ზოგიერთი ე.წ. "მათემატიკური" სტატისტიკის წარმომადგენლები განაწილების მრუდის და კორელაციური ზედაპირების განტოლებებში ხედავენ უმაღლეს მიღწევას, რომელიც ხელმისაწვდომია სტატისტიკოსისათვის. მეორე მხრივ, საკმაოდ არიან სტატისტიკოსები, რომლებიც ამგვარ გამოთვლებში ხედავენ მოყვარულთა მეცნიერულად უნაყოფო თავშექცევას, ითამაშონ ფორმულებით და მათემატიკური სიმბოლოებით.⁶

– ფაქტობრივად, ზემოთაღნიშნულმა მიმდინარეობებმა გამოიწვია ზოგ ქვეყნებში (მაგალითად გერმანიაში) შორს მიმავალი მტრობა, სტატისტიკოს-მათემატიკოსებს და სტატისტიკოს არა-მათემატიკოსებს შორის, რომელიც დღეისათვის სერიოზულად უშლის ხელს სტატისტიკის წარმატებას. ისტორიულად და ლოგიკურად ახალი "მათემატიკური" ხერხები მჭიდროდ უკავშირდებიან სტატისტიკოს საზოგადოებათმცოდნეების გამოგონილ მეთოდებს, წარმოდგენენ მათ ბუნებრივ განვითარებას და დაზუსტებას. იმ იდეების საფუძვლებს, რომლებიც წარმოდგენილია კორელაციის თანამედროვე თეორიაში, ჩვენ ვპოულობთ არა-მათემატიკური სტატისტიკის წარმომადგენელთა შრომებში.⁷

– სტატისტიკოსმა არა-მათემატიკოსებმა მოამზადეს ნიადაგი სტატისტიკოს-მათემატიკოსებისათვის არა მხოლოდ იმით, რომ ძირითადად მონიშნეს მოვლენათა შორის იმ თავისებური კავშირის შემჩნევის რიგი ხერხები, რომელთაგანაც დაკავშირებულია სტატისტიკური კვლევა. არა ნაკლები მნიშვნელობა აქვს იმ გარემოებას, რომ მათი შრომების შედეგად უფრო ცხადი გახდა ამ კავშირების კონტურები, რითაც შეიქმნა მათი შესწავლის ხერხების დამუშავების შესაძლებლობა. დასაწყისში საკითხი ისმოდა შემდეგნაირად:

⁶ А.А. Чупров. Основные проблемы теории корреляции. М., 1928. с. VI.

⁷ იქვე, გვ. 1.

შეინიშნება თუ არა შესასწავლ მოვლენებს შორის კავშირი. ყველაზე დიდი, რასაც კითხულობდნენ, მოვლენებს შორის კავშირი პირდაპირია თუ პირიქით (უკუკავშირი). ამის შემდეგ დაისვა საკითხი მოვლენებს შორის კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის გაზომვაზე. "ეს ნიშნავდა პირველ გადამწყვეტ ნაბიჯს მოვლენათა შორის კავშირის სტატისტიკური შესწავლის ხერხების იმ რაციონალიზაციის გზაზე, რომელიც აისახა კორელაციის თანამედროვე "მათემატიკურ" თეორიაში."⁸

მერაბ ხმალაძე

**საქართველო. ივ.ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის
სახელმწიფო უნივერსიტეტი, ასოცირებული პროფესორი,
ეკონომიკის მეცნიერებათა დოქტორი**

კორელაციურ-რეგრესიული ანალიზის სტატისტიკური მეთოდების განვითარება

ბიზნესის მოვლენებს შორის კავშირის სიმჭიდროვის გაზომვა სტატისტიკის თეორიის მნიშვნელოვანი საკითხია. თავდაპირველად, მოვლენებს შორის კავშირი შეისწავლებოდა სტატისტიკური ცხრილების და ბალანსების დახმარებით. პარალელურად ვითარდებოდა კავშირის შესწავლის მათემატიკურ-სტატისტიკური მიმართულება. კორელაციის მეთოდის აღმოჩენა ეკუთვნის ინგლისელ ბიოლოგს ფრენსის გალტონს, ხოლო მოვლენებს შორის კავშირის სიმჭიდროვის ხარისხის განსაზღვრაში დიდი როლი მიუძღვის ინგლისელ სტატისტიკოს-მათემატიკოსს კ.პირსონს. აღნიშნული მეთოდის განვითარებაში დიდი როლი შეასრულეს ისეთმა მეცნიერებმა, როგორიცაა დ.იული, მ.კენდელი, გ.ფეხნერი, ფ.ჯევორტსი, ა.ჩუპროვი და სხვები.

Merab Khmaladze

**Georgia. Iv. Javakhishvili Tbilisi State University
Professor, Doctor of Economics Sciences**

Development of statistical methods of correlation-regression analysis

Measuring the degree of coupling between the processes of business is an important problem in the theory of statistics. Initially, the connection between the processes studied by means of statistical tables

⁸ ა.ა. ჩუპროვი. დასახ. ნაშრომი, გვ. 11-12.

and balance sheets. In parallel, mathematical-statistical study of the direction of bonds. The invention belongs to the correlation method angliyskomu biologist Francis Galton, and in the measurement of the degree of connection between the phenomena of much of the credit belongs to mathematics and statistics angliyskomu Karl Pearson. In the development of this method played an important role such scholars as George U. Yule, Maurice G. Kendall, Gustav T. Fechner, A. Chuprov and others.